En ajoutant les carrés des deux membres de ces trois équations, on obtient

où p est le rayon de courbure. Rempla^ant dans l'équation (4) les dérivées secondes des coordonnées par les valeurs (7), en posant, pour abréger,

d •=: d-=r— a-^r—

= ii d x d y

d cp 5 op d «

on a cette valeur de p (8) dx dy

P = ± 2\ds

On peut facilement transformer cette expression. Élevant le déterminant A au carré et tenant compte des formules précédentes, on trouve aisément

A =

ou bien

$$\Delta = \pm h^2 ds \sqrt{\left(d\frac{\frac{\partial \varphi}{\partial x}}{h}\right)^2 + \left(d\frac{\frac{\partial \varphi}{\partial y}}{h}\right)^2 + \left(d\frac{\frac{\partial \varphi}{\partial z}}{h}\right)^2}$$

Si donc on appelle *dty* la deviatici! de la normale a la surface le long de l'are ds_3 on a simplement

et par suite

Cette dernière formule donne lieu a quelques remarques, que nous ne croyons pas devoir passer sous silence, quoique étrangères a notre sujet.

Lorsque <p(jc, *y,* ^) est une fonction entière du second degré, ses dérivées troi-sièmes étant nulles, il en est de mème de 11. Par suite, les deux systèmes de lignes asymptotiques ont partout un rayon de courbure infini, et ne peuvent étre par con-séquent que des lignes droites. Nous retrouvons ainsi le théorème connu, que *chaque surface du second degré est le lieti géométrique de deux systèmes de lignes droites* (réelles ou imaginaires).